

抗力型風力発電の力学的モデルと発電出力の最適化評価

Dynamical Model and Estimation for the Optimization of Output Power by Reaction Type Wind Turbine

南條宏肇

Hirotsada NANJO

Assistant to the President, Hirosaki University 1. Bunkyo-cho Hirosaki, Aomori-ken, 036-8506, Japan

E-mail: nanjo@cc.hirosaki-u.ac.jp

Abstract

The author made a dynamical formula by use of a simple model which unites the torque by wind in reaction type wind turbine and the torque by electric generator. The formula shows that an output power is optimized by circuit resistance R , inverse electromotive force voltage coefficient of generator K_E and radius of wind turbine r_0 , and the optimization is simply represented by a factor $X = K_E^2 / R r_0^2$. This formula makes it possible to estimate the output power optimization quantitatively. The comparison with the experimental data showed the validity of this theoretical formula.

Keywords: Dynamics, Formula, Optimization, Output power, Wind turbine

1. はじめに

近年地球温暖化による環境破壊が問題となり、再生可能エネルギーの重要性が高まるようになってきた。風力においても強風地域での大型風力発電機の導入量は飛躍的な勢いで増えてきている。一方風の弱い地域において、都市ではそのクリーンのイメージから教材やエクステリアとして、また無人地域においては測定器稼働およびデータ送受信の電源等として需要は増えつつある。ただし低風速地域では風速が小さく、実用的な風車として普及させるにはカットイン風速を低く必要がある。

抗力型風車は低風速でも回転する特徴を有するが、低速回転であるので、発電電圧を高くするために多極型の発電機を利用する例が多い。しかし発電機の磁力が強いとか、極数が多いとかいうような発電能力の高い発電機を装着すると、発電機を回すトルクが大きくなり風車は回らない。一方発電能力の低い発電機では、回転数は上がるが風のエネルギーがブレードの抵抗に奪われ発電出力は下がる。すなわち風車が風を受けて回る能力と、発電の能力とのマッチングが重要となる。

風車のパワー係数の最大になる回転数に負荷トルクを合わせるマッチングの必要性についての指針はあるが¹⁾、その定量的な取り扱いについての指針はない。風車の構造と発電機の能力についての最適化を定量的に評価するためには、風車の力学的モデルが必要となる。ここに力学的モデルの定式化を試み、風車の構造と発電機の能力についての最適化の評価を行った。この定式化によって、風速、および風車側のトルクに関わるパラメータ（ブレード半径、ブレード幅、長さ）そして負荷側のトルクに関わるパラメータ（負荷回路抵抗、発電能力）と発電電力との相互関連が明らかになり、各パラメータの違いによる風車のパワー係数特性が定量的に再現出来るようになった。このことにより低風速において効率の高い風力発電システムの設計が可能になった。

2. 抗力型風車の力学的モデル

本研究では、抗力型の風車の最も単純なモデルとして、2枚羽の図1に示すようなパドル形風車についてモデルの構築を行った。

a : 風車のブレードに働くトルク

一般的に流速 V の密度 ρ の流体中で、静止している長さ d 、直径 c の円柱に働く抵抗 D は、抵抗係数を C_d

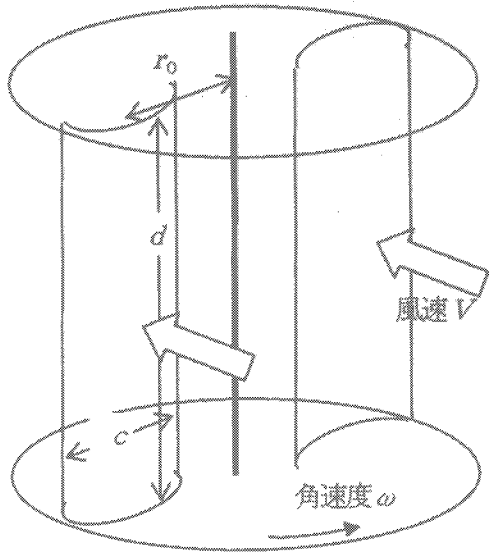


図1 抵抗力型風車モデル

として

$$D = \frac{1}{2} C_d \rho V^2 d c \quad (1)$$

と表される²⁾。

抵抗係数 C_d はレイノルズ数 $Re = VL/\nu$ (L : サイズ ν : 運動粘性率) の値によって変わる。

- ① $Re < 10$ では $C_d \propto 1/V$ であり、ストークスの抵抗法則³⁾ $D = 6\pi\rho\nu V$ が成り立ち、
- ② $100 < Re < 100000$ では $C_d \approx 0.5$ (一定) で

ニュートンの抵抗法則⁴⁾ $D = \frac{1}{4} \rho V^2 d c$ が成り立つ。

一般に小型風車では $Re \approx 10000$ 程度であり、ニュートンの抵抗法則に従う、すなわち速度の2乗に比例するとよい。

図1に示すモデルにおいて、(1)式中の、 d をブレード高さに、 c をブレード幅に置き換え、 $\frac{1}{2} \rho C_d$ を κ とすれば、風車のブレードが流速 V の流れから受ける力 D は

$$D = \kappa V^2 d c \quad (2)$$

となる。ただし κ はブレードが空気の流れにより受ける単位面積当たりの抵抗係数であり、ブレードの形状によって異なる。

実際のブレードは風の中を回転する。いま図2に示すようにブレードが風の方向に正対しているときを考える。このとき風車へ回転を与える力は、Aの位置にあるブレードの凹面側を風が押す力である。風車の回転角速度を ω 、ブレードの回転軸からの距離を r_0 、凹面での単位面積当たりの抵抗係数を κ_1 とすれば、気流とブレードと

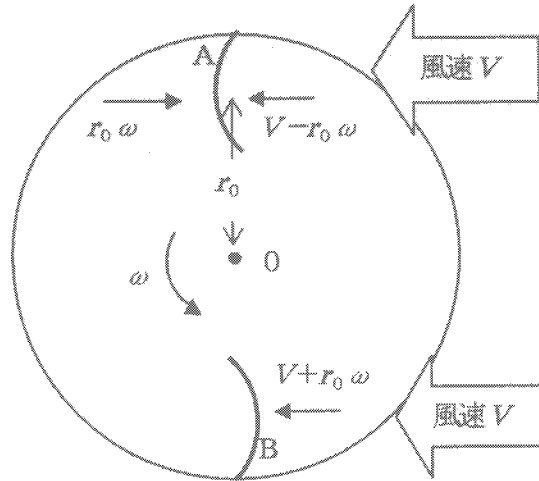


図2 ブレードへの気流相対速度

の相対速度が $V - r_0\omega$ であることより、このブレードを押すトルク T_1 は (1) 式を使って、

$$T_1 = \kappa_1 d c r_0 (V - r_0\omega)^2 \quad (3)$$

となる。一方A、Bの位置にあるブレードの凸面では共に回転を妨げる抵抗力を受ける。ブレードがAの位置にあるときは、ブレード凸面側では風がブレードで遮られているので、気流とブレードとの相対速度が $r_0\omega$ であることより、凸面での単位面積当たりの抵抗係数を κ_2 とするとブレードAでの抵抗によるトルク T_2 は (1) 式より

$$T_2 = \kappa_2 d c r_0 (r_0\omega)^2 \quad (4)$$

となる。

Bの位置にあるブレードの凸面に働く抵抗によるトルク T_3 は、気流とブレードとの相対速度が $V + r_0\omega$ であるので

$$T_3 = \kappa_2 d c r_0 (V + r_0\omega)^2 \quad (5)$$

となる。

なお実際の風車ではブレードは常に風向に対して正対しているわけではないし、またブレード枚数も2枚とは限らない。さらにサボニウス型やクロスフロー型など風車の種類によっては、ブレードへの抵抗の働き方がパドル型のような単純ものとしては扱えない。しかしこれらの違いは抵抗係数 κ の値の違いと見做せば、モデルの正当性は保たれる。実際抵抗係数の値の評価は、流体力学の領域であり、ここでは実験により求めるという考え方でモデルの設定を行う。

b: 発電機を回すのに必要なトルク

回転角速度 ω で発電機を回すときに必要なトルク T_4 は

$$T_4 = \frac{\omega K_E^2}{R} \quad (6)$$

である。なおここで R は発電側の回路の負荷抵抗であり、 K_E は、次の式に示すように、発電機の発電電圧 E の、回転角速度 ω に対する逆起電力定数である。

$$E = K_E \omega \quad (7)$$

K_E は発電機の構造によって異なるが、磁場の中をコイルが回る発電機では

$$K_E = nms\phi \quad (8)$$

と表される。ただし n は極 (コイル) 数、 m はコイルの巻き数、 s はコイルの面積で、 ϕ は磁束密度を示す。

c : 回転軸に働く抵抗

回転軸にかかる抵抗は静止摩擦と動摩擦がある。静止摩擦のほうが動摩擦より大きい。摩擦によるトルクを一定の F_0 とした。これは回転開始時期や回転の低い時には無視できないが、回転が速いときには無視できるものとする。

3. 風力発電における力学的運動方程式

発電機も含めた風車全体の慣性モーメントを I とすると、運動方程式は

$$\begin{aligned} I \frac{d\omega}{dt} &= \kappa_1 dcr_0 (V - r_0 \omega)^2 - \kappa_2 dcr_0 (r_0 \omega)^2 \\ &\quad - \kappa_2 dcr_0 (V + r_0 \omega)^2 - \frac{K_E^2}{R} \omega - F_0 \\ &= A\omega^2 - B\omega + C \end{aligned} \quad (9)$$

となる。ただしここで

$$\begin{aligned} A &= (\kappa_1 - 2\kappa_2) dcr_0^3 \\ B &= 2(\kappa_1 + \kappa_2) dcr_0^2 V + \frac{K_E^2}{R} \\ C &= (\kappa_1 - \kappa_2) dcr_0 V^2 - F_0 \end{aligned} \quad (10)$$

である。

$t=0$ のとき $\omega = \omega_0$ の初期条件の下での (9) の運動方程式の解 $\omega(t)$ は

$$\omega(t) = \frac{B}{2A} - \sqrt{\frac{D}{A}} \coth \left[\frac{\sqrt{AD}}{I} (t + t_0) \right] \quad (11)$$

と求められる。ただしここで

$$D = \frac{B^2}{4A} - C^2 \quad (12)$$

であり、 t_0 は

$$\sqrt{\frac{D}{A}} \coth \left[\frac{\sqrt{AD}}{I} t_0 \right] = \frac{B}{2A} - \omega_0 \quad (13)$$

の式を満たす t_0 である。

4. 回転開始カットイン風速

初期角速度 $\omega_0 = 0$ (静止からスタート) の場合には、回転軸に働く摩擦抵抗に打ち勝つ風速 ($\omega=0$ のとき $d\omega/dt > 0$ を満たす風速)

$$V > \sqrt{\frac{F_0}{r_0 d(\kappa_1 - \kappa_2)}} \quad (14)$$

のときに、風車は回転を始める。この(14)式を満たす風速が回転のカットイン風速となる。またこの条件を満たした場合の ω の立ち上がりの速さは、 $t=0$ での傾きすなわち

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_{t=0} &= \left[\frac{d}{dt} \left(-\sqrt{\frac{D}{A}} \coth \left(\frac{\sqrt{AD}}{I} (t + t_0) \right) \right) \right]_{t=0} \\ &= \frac{1}{I} \left(\frac{B^2}{4A} - D \right) = \frac{(\kappa_1 - \kappa_2)}{I} dcV^2 r_0 \end{aligned} \quad (15)$$

で決まる。慣性モーメント I が大きいと立ち上がりが遅いので、瞬間的に4-1の条件を満たしても風車は回転しない。

発電開始カットイン風速については、理論的には(7)式より回転開始カットイン風速と同じであるが、実際上は発電電圧か発電電力がある値以上の条件を課すこと必要となる。

5. 定常状態での回転速度および発電出力

風速が一定の時、時間が経てば、風車の角速度は一定値に近づく。その値は、(11)式で $t \rightarrow \infty$ として

$$\omega = \frac{B}{2A} - \sqrt{\frac{D}{A}} = \frac{B}{2A} - \sqrt{\left(\frac{B}{2A} \right)^2 - \frac{C}{A}} \quad (16)$$

と求められる。ここで回転が速く F_0 が無視できるもの

として、(16)式に(10)式のA, B, Cを代入すると

$$\omega = \alpha V \frac{1}{r_0} + \beta \frac{K_E^2}{R} \frac{1}{r_0^3} - \sqrt{\left(\alpha V \frac{1}{r_0} + \beta \frac{K_E^2}{R} \frac{1}{r_0^3} \right)^2 - \gamma V^2 \frac{1}{r_0^2}} \quad (17)$$

となる。ただしここで

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{(\kappa_1 + \kappa_2)}{(\kappa_1 - 2\kappa_2)} \\ \beta &= \frac{1}{2(\kappa_1 - 2\kappa_2)dc} \\ \gamma &= \frac{(\kappa_1 - \kappa_2)}{(\kappa_1 - 2\kappa_2)} \end{aligned} \quad (18)$$

である。

$$\text{発電出力 } P \text{ は(7)式を使って } P = \frac{E^2}{R} = \frac{K_E^2}{R} \omega^2$$

で表されるので、(17)式より

$$P = \frac{K_E^2}{R} \left(\alpha V \frac{1}{r_0} + \beta \frac{K_E^2}{R r_0^3} - \sqrt{\left(\alpha V \frac{1}{r_0} + \beta \frac{K_E^2}{R r_0^3} \right)^2 - \gamma V^2 \frac{1}{r_0^2}} \right)^2 \quad (19)$$

となる。

6. 発電出力の最適化

発電機を一定の角速度 ω で回転させるには、(6)式に示すトルクが必要である。

$$T_4 = \frac{\omega K_E^2}{R} \quad (20)$$

ここで負荷抵抗 R の値を小さくすると回路の電流が大きくなり、フレミングの左手の法則より回転を妨げる力が大きくなって発電機が回らなくなる。すなわち発電出力は降下する。また負荷抵抗 R を無限大にすれば電流は0になり回路での消費電力は0になる。つまり、電力には最大の値を与える R の最適値が存在する。

発電の能力を示す K_E^2 についても同じことがいえる。すなわち K_E^2 が大きくなれば電流が増え、発電機は回らなくなる。また K_E^2 が0になり(磁束密度 Φ が0とかコイルの巻数 m が0等の理論的な場合)、発電出力が0になり得るので、 K_E^2 についても最適値が存在する。

(19)式で、 R と K_E^2 の関係については、 K_E^2/R の項のみで表わされているので、

$$Q = K_E^2/R \quad (21)$$

とおくと

$$P = Q \left(\alpha V \frac{1}{r_0} + \beta \frac{Q}{r_0^3} - \sqrt{\left(\alpha V \frac{1}{r_0} + \beta \frac{Q}{r_0^3} \right)^2 - \gamma V^2 \frac{1}{r_0^2}} \right)^2 \quad (22)$$

となり、発電機を含む回路側での発電出力(従って出力の最大も)は Q の値のみ(残りの変数は回路と関係ない変数)で決まることになる。

一方風車に対して風が与えるトルクは(3),(4),(5)式より

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 - T_3 \\ = dcr_0 \{ \kappa_1 (V - r_0 \omega)^2 - \kappa_2 (r_0 \omega)^2 - \kappa_3 (V + r_0 \omega)^2 \} \end{aligned} \quad (23)$$

となるが、ここで風車半径(ブレード中央と風車回転軸間距離) r_0 を0にすれば、トルクは0で風車は回らず発電出力は0に、また r_0 が無限大になれば $r_0 \omega < V$ なので ω は0になり発電出力は0になる。すなわち風車の半径においても風車および発電回路に応じて最大電力を与える最適値が存在する。この最適値の評価は(19)式を使って行うことができる。(19)式で

$$X = \frac{K_E^2}{R r_0^2} \quad (24)$$

とおけば、電力 P は

$$P = X \left(\alpha V + \beta X - \sqrt{(\alpha V + \beta X)^2 - \gamma V^2} \right)^2 \quad (25)$$

となる。すなわち、風車側のパラメータ α, β, γ (d, c, κ_1, κ_2)が一定ならば、風速 V における発電出力は、 X の値で一意的に決まることを示している。したがって電力の最大出力を与える R, J および r_0 の値は独立に決まるのではなく、(25)式の P の最大を与える X の値

$X_{\max} = \frac{K_E^2}{R r_0^2}$ を満たす組み合わせであればいいということになる。

電力 P が最大になるのは、 $dP/dX = 0$ になるときである。このときの X の値 X_{\max} は

$$\begin{aligned} X_{\max} &= \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 3(\gamma - \alpha^2)}}{3\beta} V \\ &= \frac{2}{3} dc \left(\kappa_1 + \kappa_2 + \sqrt{4(\kappa_1 + \kappa_2)^2 - 3(\kappa_1 - 2\kappa_2)} \right) V \end{aligned} \quad (26)$$

である。すなわち最大の出力を与える X の値は風速に比例して増えていくことが分かる。この X_{\max} を KV として P の式に代入すると

$$\begin{aligned} P_{\max} &= KV \left(\alpha V + \beta KV - \sqrt{(\alpha V + \beta KV)^2 - \gamma V^2} \right)^2 \\ &= KV^3 \left(\alpha + \beta K - \sqrt{(\alpha + \beta K)^2 - \gamma} \right)^2 \end{aligned} \quad (27)$$

と表せる。すなわちそれぞれの風速に対応する X_{\max} のときの発電出力(最大発電出力)が、風速の3乗に比例することを示している。一般には、風速に対応して X の値が変わることはないので、発電出力は風速の3乗に比例

することはないことに注意しなければならない。例えば(24)式で、 X が $\alpha V/\beta$ より十分小さいような一定値のときは、

$$P = XV^2 \left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \gamma} \right) \quad (28)$$

となり、電力は V の2乗に比例することになる。この場合におけるエネルギー収支では、風速の3乗に比例する風力エネルギーは、風速の3乗に比例するブレードの抵抗と風速の2乗に比例する電力に消費されており、風速が大きくなればなるほど、風のエネルギーはブレードの空気抵抗に費やされていくことを示している。

なお風速 V における発電出力は X の値で一意的に決まるということ述べたが、これは(25)式でのパラメータ α, β, γ が X の変化に対して一定という条件の下でのことである。 X を決める R, J および r_0 のうち、特に r_0 については、その大きさが変わるとブレード間の間隔も変わってくるので、気流によるブレードへの抵抗係数 κ_1, κ_2 が変わることもあることに言及しておく。

本論文で使用した記号、単位を表1に示した。

	記号	単位
ブレード高さ	d	m
ブレード幅	c	m
ブレード半径	r_0	m
風速	V	m/s
抵抗係数	κ	kg/m ³
風車回転角速度	ω	rad/s
トルク	T	Nm
逆起電力定数	K_E	V/rad
回路抵抗	R	Ω
磁束密度	ϕ	Wb/m ²
発電出力	P	W
Qパラメータ	$Q = K_E^2 / R$	W·s
Xパラメータ	$X = K_E^2 / R r_0^2$	W·s ² /m ²

表1 本論文で使用した記号と単位

7. モデルと実験との比較

いままで抗力型風力発電の力学的モデルによる定式化と、その式による発電出力の最適化評価について論じてきたが、實際上このモデルによる評価が妥当なものかどうかについて、ここで実験との比較を行う。

a: $Q (= K_E^2 / R)$ についての最適化評価

まず風車の半径を一定にして $Q (= K_E^2 / R)$ についての最適化評価の比較を行った。

比較としては、幅2.5cm、高さ11cmのブレードを8

枚取り付け、半径5cmのパドル型風車を使い、発電機には図3に示す、円形状に配置した6個のコイルの下を同じ個数のマグネットを回転させる方式の、電流の位相をすべて同じにする(単相交流)ものを作って使用した。 K_E の値を変えるのは、(8)式に示す n の極数、すなわちコイル1個、コイル2個・・・最大6個のコイルまで、直列に接続するコイルの数を増やすことによって行った。

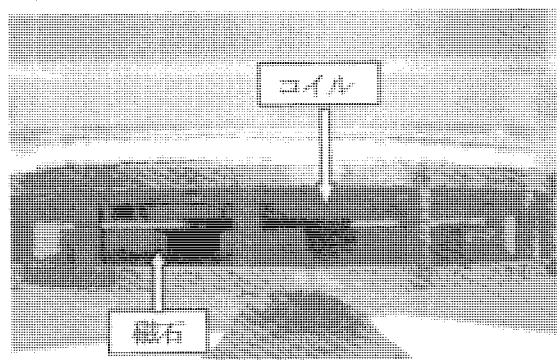


図3 実験に使用した発電機

又回路の負荷抵抗としては、100 Ω 、158 Ω 、251 Ω 、398 Ω 、631 Ω 、1000 Ω 、1580 Ω 、2510 Ω 、3980 Ω 、6310 Ω 、10000 Ω の11の抵抗値それぞれについて測定した。ただしコイルの内部抵抗130 Ω を加えて実際の値とした。

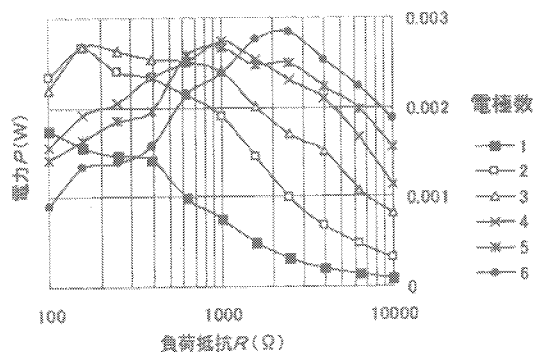


図4 発電機電極数別の負荷抵抗 R と電力 P との関係

図4に示す結果は、風速6m/sにおける発電機電極数別の負荷抵抗 R と電力 P との関係である。パドル型風車の特に負荷抵抗の小さなところでは安定した回転が得られずスムーズな変化になっていないが、傾向としては負荷回路で消費される電力には最大になる抵抗値があり、その値は、電極数の増大とともに大きくなっていくことが分かる。

図4の横軸を、(21)式の Q の値にして電力との相関を示したものが図5である。なお K_E の値は、実験での電圧と風車の回転速度の相関から求めた。この場合は電極数によらずに、ピークの位置は重なり単一相関として表

わされている。このことは、今回のモデルから導かれた(22)式と一致する。また図中の曲線は(22)式によるものである。なお α 、 β 、 γ については、(18)式に示すように $\kappa_1 de$ 、 $\kappa_2 de$ の二つのパラメータで決まり、この自由度はピークの位置を合わせることで決めたが、図に示すように全体の形において、実験値は理論値と良い一致を示している。 Q が大のところですれが見られるが、 Q が大のときは風車の回転速度が遅いときであり、ブレードに対する風のレイノルズ数が大きくなって渦などが発生しニュートンの抵抗法則が成立しなくなることによるものと考えられる。

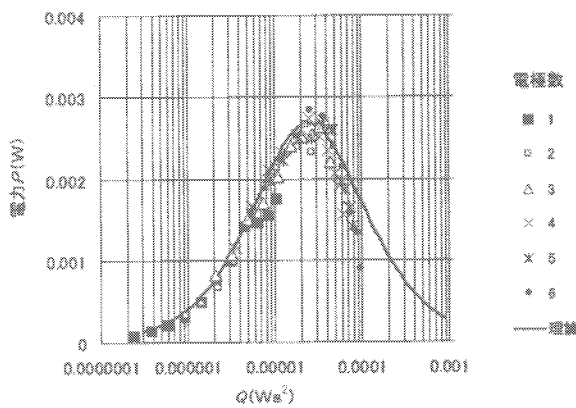


図5 Q と電力 P との相関

抗力型風車として私たちがローテーションフローと名付けて開発している図6に示す風車を使った実験についても同様の実験を行った。

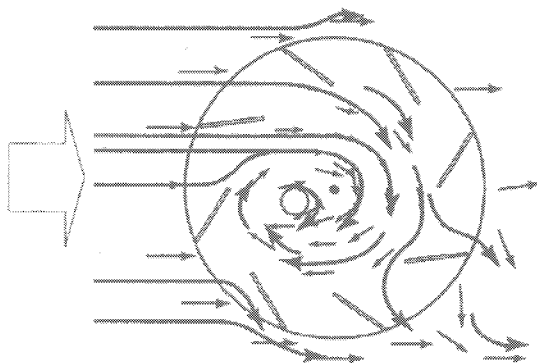


図6 比較実験に使用したローテーション風車
上から見たブレードの配置と気流を示す。

この実験では、幅5cm(射影幅4cm)、高さ20cmのブレードを55度傾けて8枚取り付けた、半径(ブレードの回転軸からの距離)8cmの風車を使い、発電機にはパドル型風車の実験と同様のタイプの発電機(10極、コイル1

個の内部抵抗135 Ω)を使用した。又回路の負荷抵抗としては、パドル型のとときと同じ11の抵抗値について測定した。

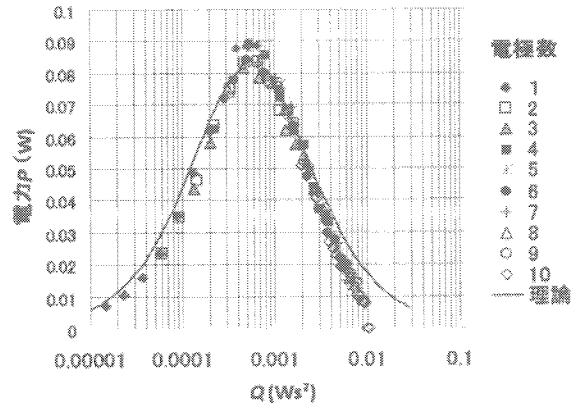


図7 Q と電力 P との相関

図7に風速5.9mにおける Q と電力との相関を示した。この図においても図5の結果と同じ結果が得られた。

B: 風車半径 r_0 についての最適化評価

風車半径による発電出力の最適化の評価については、半径を大きくしても比較的安定した回転が得られるローテーションフロー型の風車を使って比較を行った。風車として、幅3cm(射影幅2.5cm)、高さ11cmのブレードを8枚取り付けた、半径(回転中心とブレード中央間距離)が2.8、4.8、7.8、10.8、13.8cmの5種類の半径について、発電機としては上の実験と同じ形式の全8極の極数について、また回路抵抗については、上の実験と同じ11種類の抵抗値を使って実験を行った。

図8に風速6m/sでの Q 別の、風車半径 r_0 と電力 P の相関を示した。図から、半径においても電力の最大を与える値があることが分かる。 Q の値が増えるほど、すなわち発電機のトルクが大きくなるほど、最大の電力を与える半径は大きくなることが示されている。

(25)式で示した X と電力 P との半径別の相関を図9に示した。この実験の場合、風車の半径を変えると、ブレードの面積を同じにしてもブレード間の距離が変わり、気流に対する抵抗係数が変化する。例えば図中の一番短い半径2.8cmでは、ブレードの幅を同じにしてあるので中心側に気流が入らず、回転しにくくなり極端に電力が落ちている。すなわち α 、 β 、 γ の値が変わるので、半径別に対してピークの位置は一致しない。しかし両対数で示された相関では、どの半径でも相似の形を示し、(25)式をよく再現しているといえる。

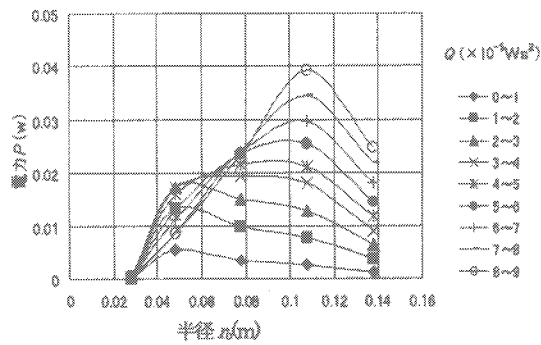


図8 Q値別風車半径 r_0 と電力 P との相関

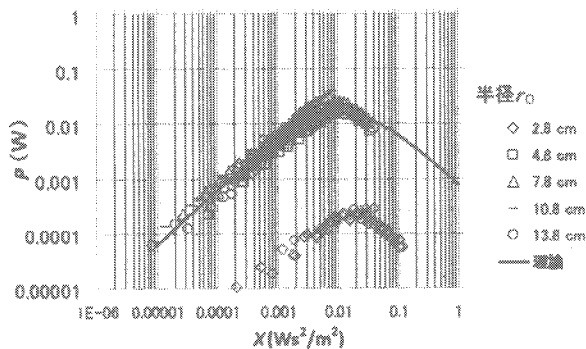


図9 Xと電力 P との相関

8. 終わりに

抗力型風車について、風車側の回転トルクと発電側のトルクを一体化したシンプルなモデルを立て、発電出力に対する運動力学的な定式化を行った。その結果風力発電における発電出力には最適条件があることが理論的に示され、その定量が評価が可能になった。

また実際の実験との比較においても、この定式化による理論値とよく一致することが確かめられ、最適化の評価に有効であることが分かった。

なお風車の半径のスケールアップについては、単にブレードと回転軸の半径の増大だけでなく、ブレード幅の増大などの影響などを考慮に入れた実験が必要である。これについては今後の課題としたい。

今後都市における風の弱い地域での風力発電は、いろいろな意味で重要になると考えられるが、特に低風速での発電においては、電力使用目的に応じたきめの細かい電力の最適化、すなわち同じ風速で最大の電力を得るための、風車の回転能力、発電機の能力そして回路抵抗とのマッチングが重要となる。このことは今まで石油などの高密度のエネルギーを利用するときにはさほど問題にならなかったことであるが、密度の低い再生可能エネル

ギーの利用においては、考慮しなければならない共通した問題であるといえよう。

謝辞

本研究は、有限会社 UNO の 宇野禎倫氏および有限会社 ビット・テックの木村英雄氏との共同研究の一環として行った研究である。風車の製作、発電機の製作においては多大な支援を頂きました。ここに感謝の意を表します。

また弘前大学理工学部地球環境学科学学生(平成10年3月卒業) 小山内翔吾, 犀川定伸, 佐々木飛鳥, 三浦恭裕には実験において多くの協力をして頂いた。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 牛山泉著 風力エネルギーの基礎 p.100 オーム社
- 2) 巽友正著 流体力学 p.265 新物理学シリーズ21
- 3) 巽友正著 流体力学 p.304 新物理学シリーズ21
- 4) 巽友正著 流体力学 p.265 新物理学シリーズ21

7